

Dybdelæring, kjerneelementer og det viktigste i faget



Nettverkssamling Oppland
Gjøvik, 14. oktober – 2019
Kl. 9.30 – 15.30

Nettverkssamlinger 2019-2020

Datoer for samlingene	Tema
14.10.19	Dybdelæring, kjerneelementer og det viktigste i faget.
06.01.20	Kompetansemålene
23.03.20	Matematikkfaget som del av et større hele

Tidsplan

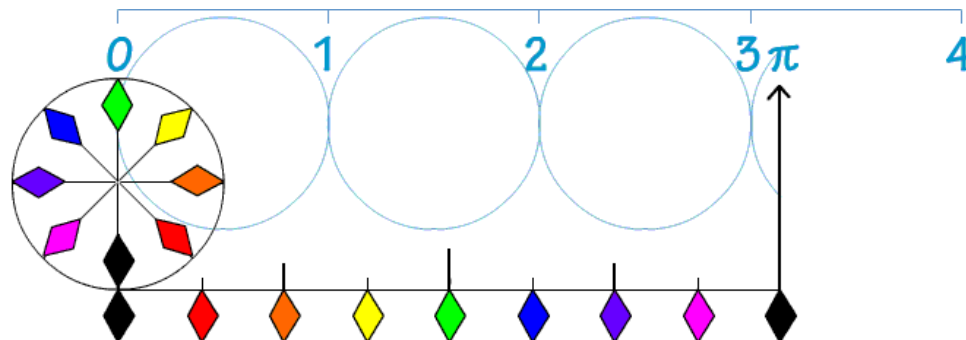
- 9.30 – 10.00 Hvordan fagnettverkene inngår i en helhet og skal bidra til det skolebaserte arbeidet med fagfornyelsen
- 10.00 – 10.30 Erfaringsdeling fra forarbeidet
- 10.30 – 10.45 Kaffe
- 10.45 – 12.00 Om dybdelæring og kjerneelementer
- 12.00 – 13.00 Gruppeaktiviteter
- 13.00 – 14.00 Lunsj
- 14.00 – 15.15 Samskaping i grupper på tvers av skoler
- 15.15 – 15.30 Kort evaluering

Erfaringsdeling fra forarbeid

- 10.00 – 10.20 Diskuter i gruppene hva som ligger i dybdelæring.
- Ta også for dere et emne og et trinn og skisser kort hva slags grep dere vil gjøre for å fremme dybdelæring. Hvilke kjerneelementer er ivaretatt?
- 10.20 – 10.30 Korte innspill i plenum

Dybdelæring innebærer at elevene

- Skal se sammenhenger
- Oppnå forståelse
- Ser underliggende mønstre
- Reflektere faglig og over egen læreprosess
- Omkretsen av en sirkel - tilnærming



$$O = \pi \cdot d$$

Overflatelæring



- Kunnskapen er som løsrevne biter skrevet på hver sin post-it lapp
- Pugg fremfor sammenheng
- Regler uten forståelse eller sammenheng

Tidsnød for å rekke gjennom pensum fremmer overflatelæring

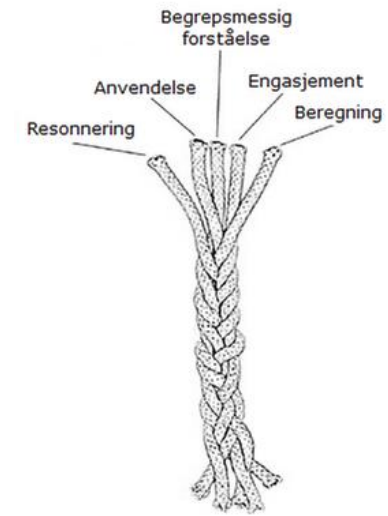
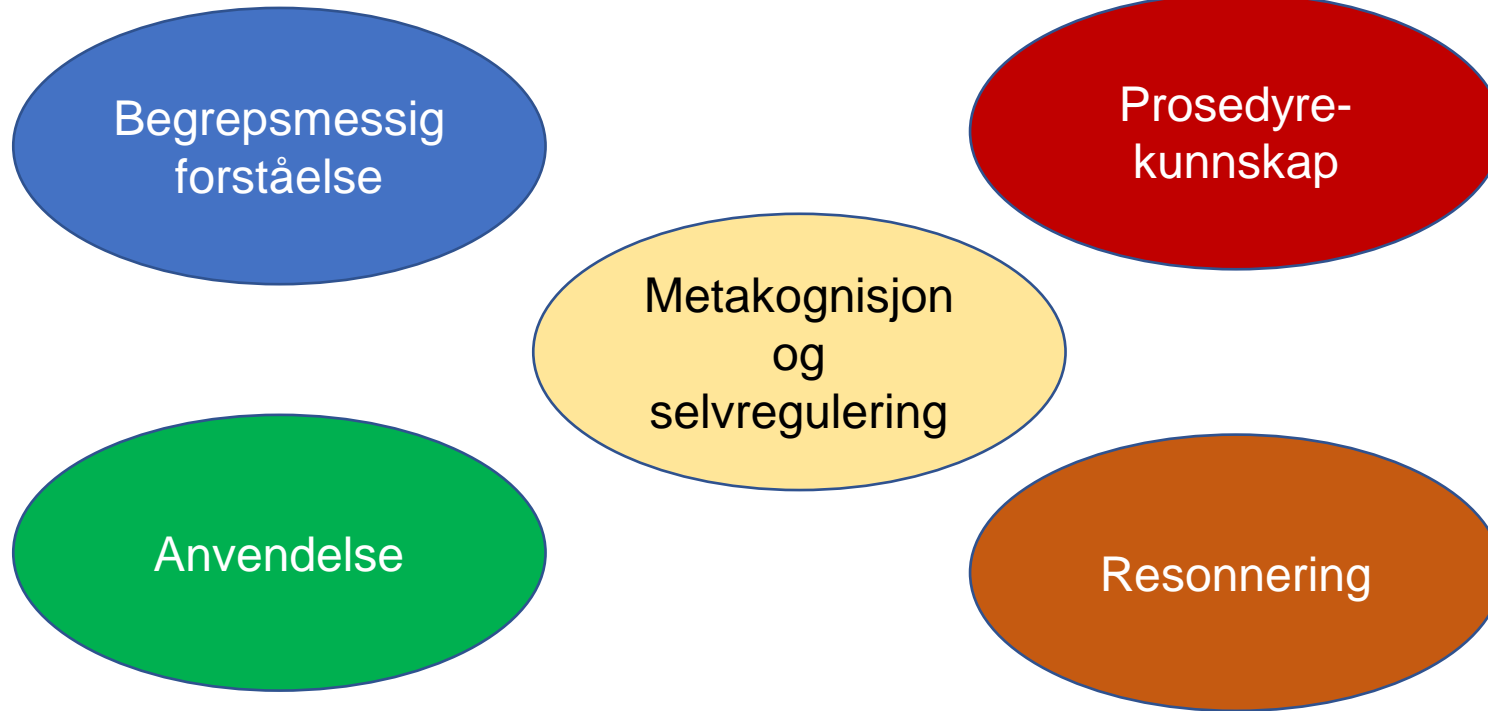
Verdier og fagfornyelsen i matematikk

- Tradisjonell matematikkundervisning har i mange tilfeller ikke fremmet de verdiene som nå skal prege faget og skolen
- Elevene har ofte lært å imitere og følge oppskrifter fremfor å tenke og være kreative
- Matematikktimer har ofte vært tause og individuelle. Elevene har ikke lært å kommunisere, argumentere og resonnerere.
- Elevenes tenkning har ofte ikke blitt anerkjent. Elever har blitt krenket ved at de ikke har blitt lyttet til eller ved at svarene deres har blitt avvist

Hva skal nå prege matematikkfaget?

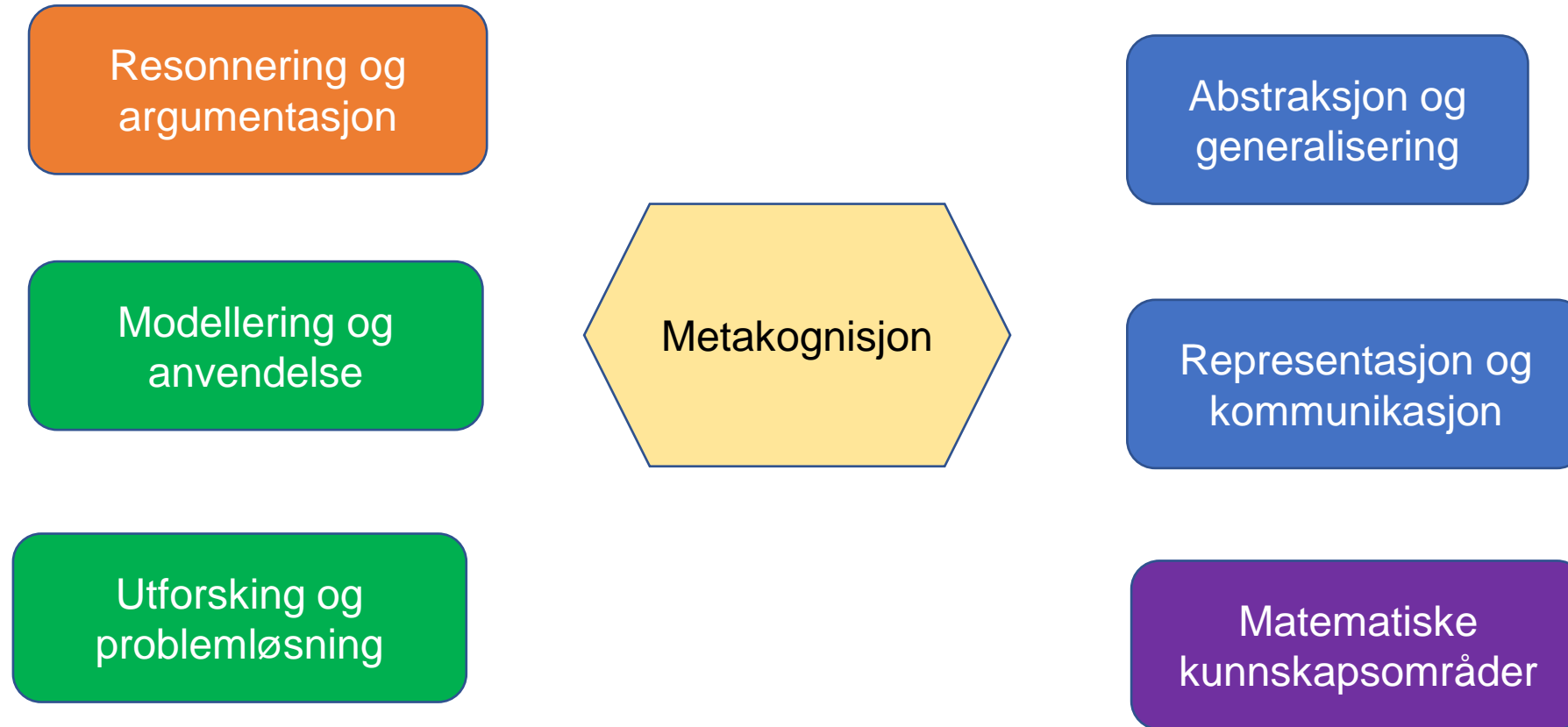
- Fem kjerneelementer er matematiske arbeidsmåter der elevene skal være aktive og samarbeide
- Sjette kjerneelement er sentralt faglig innhold som elevene skal arbeide med gjennom de fem andre kjerneelementene
- Sammenheng både innad i faget og tverrfaglig
- Programmering og andre digitale hjelpemidler muliggjør mer utforskning og anvendelse på reelle problemstillinger, spesielt på høyere trinn
- Undervegsvurdering skal knyttes til matematisk aktivitet og skje i dialog mellom lærer og elev

Dybdelæring: Fem tråder



Kilpatrick, fem tråder

Kjerneelementer i matematikk



Kjerneelementene:

1) Utforsking og problemløsning

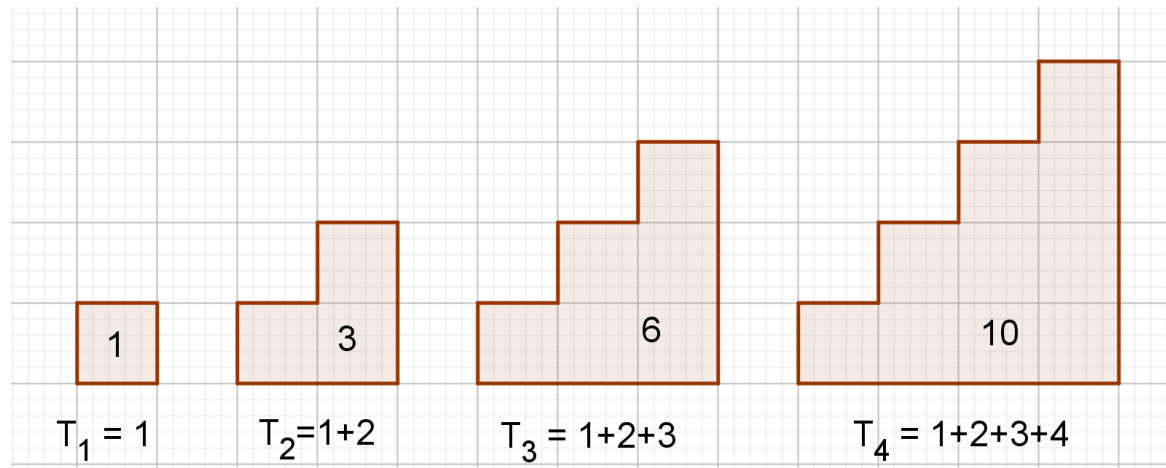
- *lete etter mønster og finne sammenhenger*
- Figurtall
- Tallrekker
- Pascals talltrekant



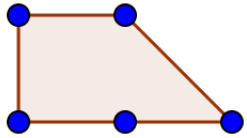
Figurtall

Litt om beveggrunn:

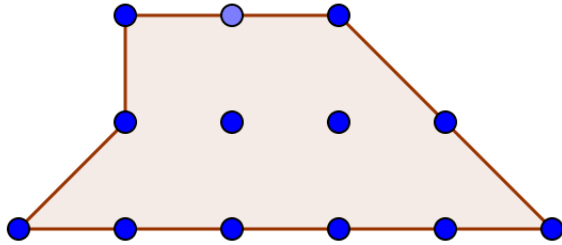
- finne mønstre og sammenhenger
- undersøkende aktiviteter motiverende, mange veier
- lette algebraiseringsprosessen
- Hvor mange ruter er det i trekantall nr. 10?



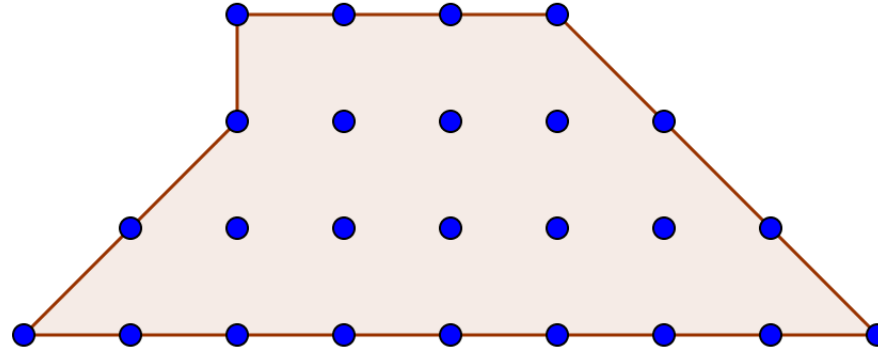
Strykejerntall 1, 2 og 3



S_1



S_2

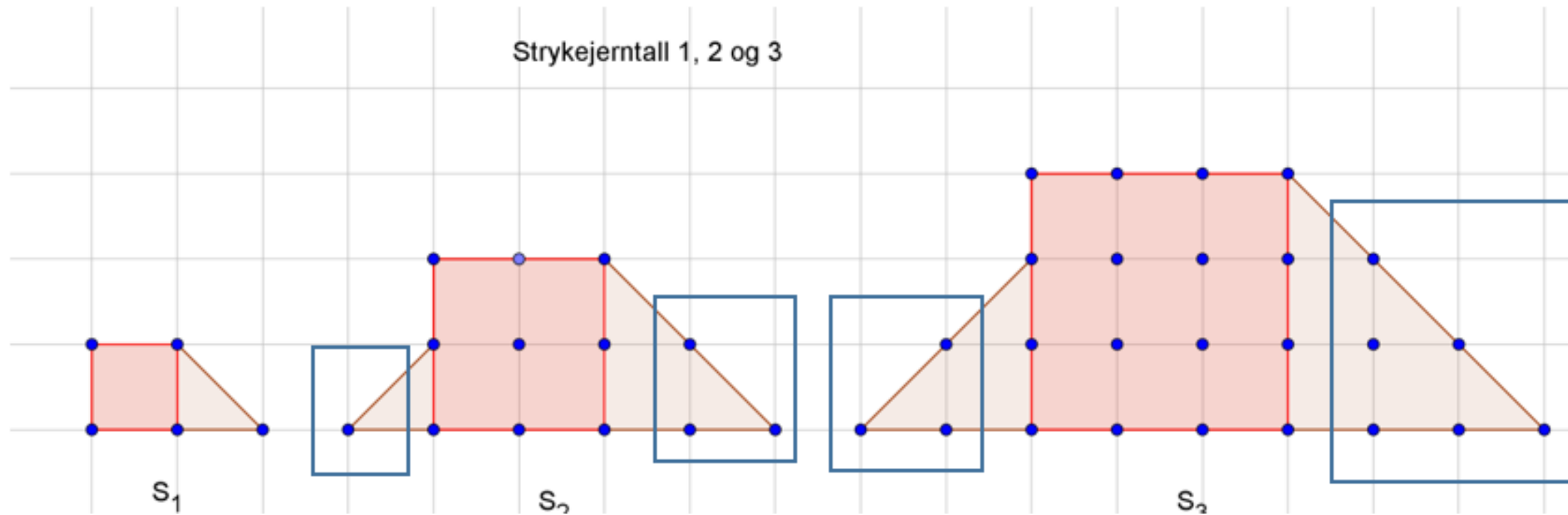


S_3

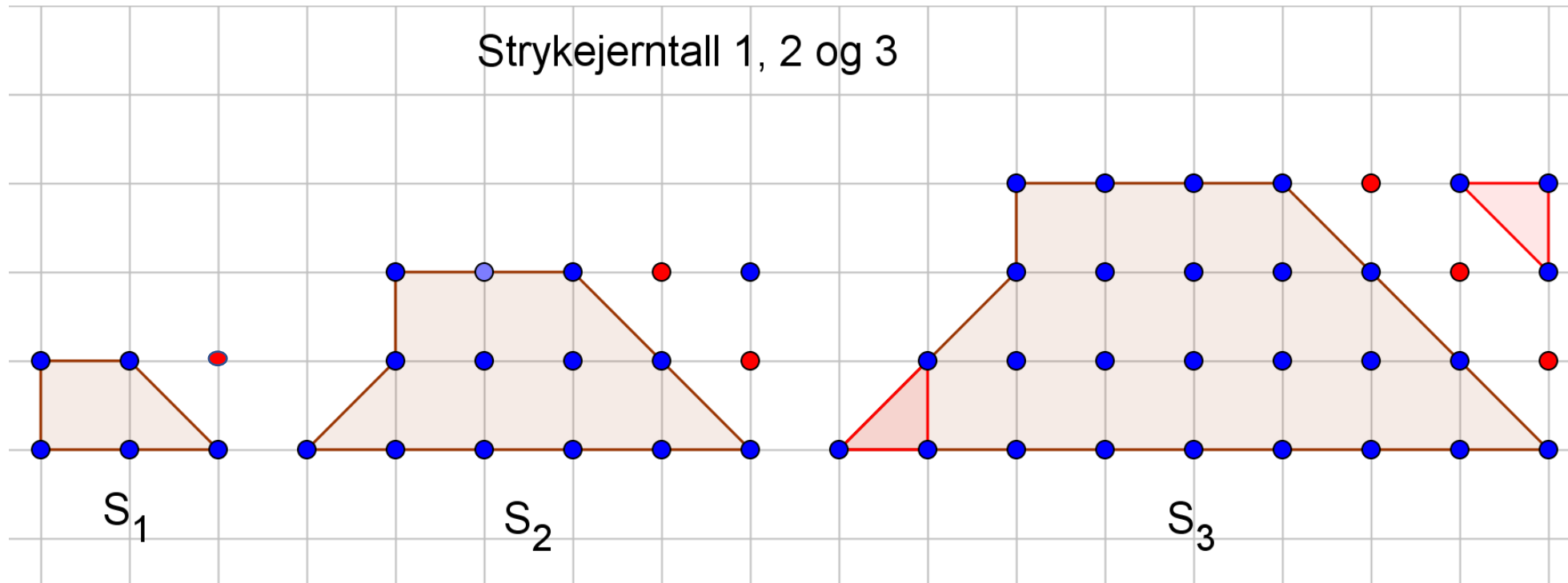
Hvor mange prikker trenger vi for å lage S_4 ?

Enn S_n ?

Flere tilnæringsmåter



•



Diskutere seg fram til en felles forståelse

- 1. kvadratsetning, my favorite no
- **Kvalitetsspørsmål:**
 - (Hvorfor) er det slik at...
 - Hva om...
 - Hvordan ville du...
 - Prøv å forklare
 - Kan du finne ut om...
- Avliv elevens strategi ved spørsmål:
Vent litt og læreren sprekker

Mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene.

- Hvem skal ut og hvem er venner?
- Fleip eller fakta? (True or false)
- Djevelens advokat (kverulantkurs)
- Annet?

Hvem skal ut/er venner?

- Tallære:

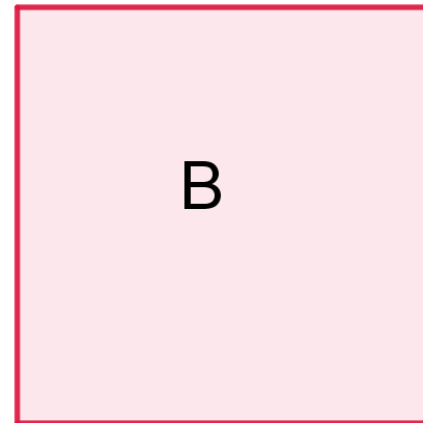
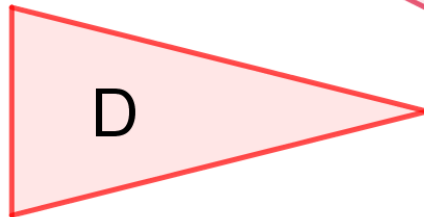
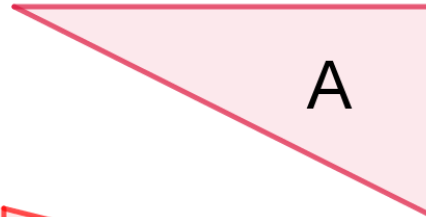
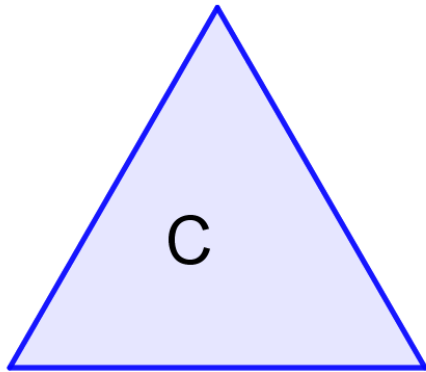
Hvem skal ut?

2 27 16 24

- Hvem er venner?

Geometri:

1) Hvem skal ut?



2) Hvem er venner

Algoritmisk tenking, prøving og feiling

- Programmering - bilene krasjer
- Har sjelden sett slik iherdighet
- <https://scratch.mit.edu/projects/81652110/fullscreen/>

Problemløsning (nye problemer) og vurdere om løsningene er gyldige.

- Fra andregradsfunksjoner til trigonometriske funksjoner av andre grad.
- $ax^2 + bx + c = 0$
- Løsning: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- $3\sin x - 5\sin^2 x = -1,5$

2) Modellering og anvending.

- *Beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk*
- Vegger og tak i klasserommet skal males hvite. Modell for malingsmengde som trengs/skal kjøpes inn.
- Klassens blomst, høyde som funksjon av tid. Funksjon som predikator, forsøket som fasit.

3) Resonnering og argumentasjon

- Å **bevise** noe er å:

komme fra et problem/premiss til en løsning/resultat med argumentasjon i små nok skritt til at de kan følges på et gitt nivå.

- Stor forskjell på å følge et bevis og føre et bevis.

Vi ser på noen hverdagslige bevis:

- **Direkte bevis:**

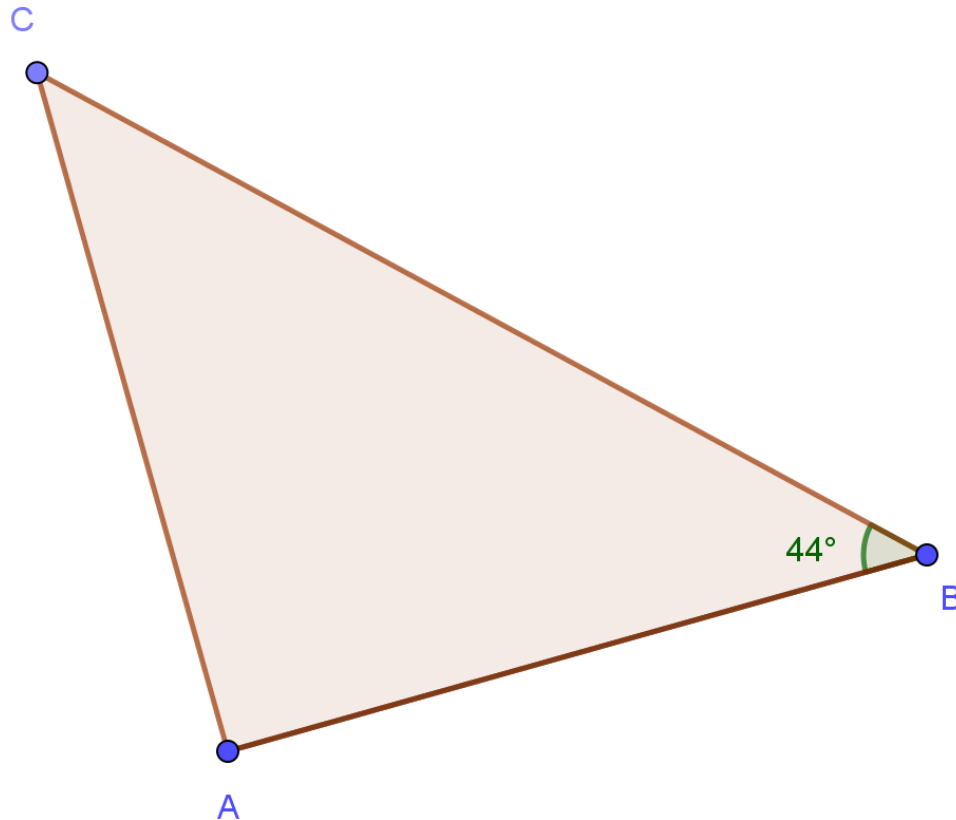
Jeg tenker, altså er jeg.

Det kreves to mennesker, en far og en mor, altså har ethvert menneske 2 foreldre, 4 besteforeldre og 8 oldeforeldre (døde eller levende).

- **Ad absurdum:** I trekanten ABC er A 90 grader og B er 46 grader. Hva blir C?

Nils: Jeg ser at den er like stor som B, 46 grader.

Ida: Nei, den må være 44 for hvis C hadde vært noe annet, for eksempel 46 grader ville vinkelsummen i trekanten ikke blitt 180 grader.



Induksjon



Om en vilkårlig dominobrikke velter mot den bak, så velter den også.
Om den første dominobrikken faller, hva da?
Øya med blåøyde og grønnøyde:



Innen argumentasjon er det viktigste av alt å gjøre feil!

Men vi som lærere må bruke muligheten til å omgjøre det lille nederlaget til seier.

- **Situasjon A** (Tilbake til trekanten)
- Nils: Jeg ser at den er like stor som B, 46 grader.
- Lærer: Njaaa, nesten, men...
- Nils: 45?
- Lærer: Nei...
- Nils 47?
- Lærer: Nei, nå gjetter du bare...Kan noen hjelpe Nils her?
- Ida: Den må være 44 for det at vinkelsummen skal bli 180.
- Lærer: Flott Ida, helt riktig!

Situasjon B

- Nils: Jeg ser at den er like stor som B, 46 grader.
- Lærer: Helt enig, de ser like ut. De som mener noe annet skriv det ned på tavla deres og hvorfor. ...Nils, husker du noe om vinkelsummen i en trekant?
- Nils: 180
- Lærer: 180 hva da?
- Nils: grader vel!
- Lærer: Utmerket, kan du sjekke at det stemmer for trekanten?
Nils: (mumler regner litt på kalkulatoren) Oj! 182, nei vinkelen må være 2 mindre 44 grader.
- Flott Nils, her gikk du fram som en ekte matematiker, først antok du at den var 46 - ingen urimelig antakelse ut fra hva du observerer, tester så antakelsen din vha din matematiske kunnskap, forkaster så hypotesen og kommer fram til 44.
- Dere andre som var uenige kan dere vise tavla? Godt!

Skredder og skjerf



Hvilke
kjerneelementer
forekommer?
**Tenk mens du
ser og diskuter i
gruppa etterpå**

<https://youtu.be/vQu8cLLc2jY>
(0.00-4.59)

<https://www.matematikkssenteret.no/kompetanseutvikling-i-skolen/mam/aktiviteter-og-filmer-i-mam/resonnering>

12 Thomas Mmm. Vi pratet litt om hvordan regnestykket dette kunne være. Og det ble foreslått at det kunne være et gangestykke blant annet. Men hva hvis vi tenker at skjerfet skulle ha vært to meter nå i stedet for en halv meter. En skredder har seks meter stoff og så skal han lage et skjerf på to meter. Hvilket regnestykke er det vi snakker om da? (En elev som sier noe, utydelig på filmen) Diskuter det litt med skulderpartner og så prøv dere litt fram ettersom det er bare en som har et forslag.

Elever arbeider sammen i par i noen minutter. Thomas går rundt og hører på parsamtalene. Så begynner han en felles diskusjon.

13 Thomas Lise og William. Dere tenkte at hvert skjerf skulle være 2 meter.

14 William Mmm.

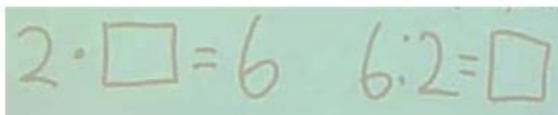
15 Thomas Så skulle dere finne ut hva dere måtte gange med for å få 6 meter. Stemmer det?

16 William (Nikker)

17 Thomas Kan vi ikke skrive det her regnestykket på en annen måte da?

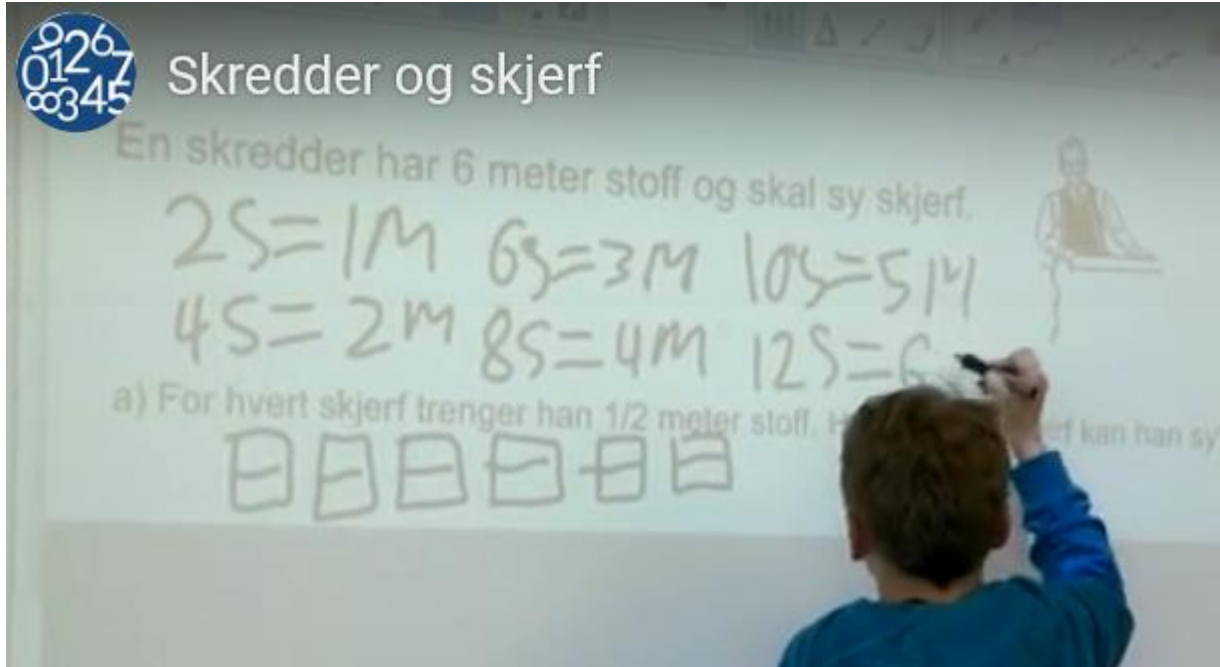
18 Ada Vi tok 6 delt på 2 som er 3.

Thomas skriver på tavla:


$$2 \cdot \square = 6 \quad 6 : 2 = \square$$

Sammenheng
mellom
regnearter

Delingsdivisjon og
målingsdivisjon



Prosedyre-
kunnskap

Begrepsmessig
forståelse

Representasjon og
kommunikasjon

Abstraksjon



Resonnering og argumentasjon

- 22 Thomas: Hvis han skal sy et skjerf der hvert skjerf er en fjerdedel av en meter? Han har fortsatt 6 meter stoff. Hvor mange skjerf er det han får nå da?
- 23 Elev 1 Vi tenkte sånn at siden en firedel er halvparten av en halv, så da dobler vi bare 12 siden det var svaret på den forrige oppgave, og da blir det 24.
- 24 Thomas Ok, siden det er halvparten, så blir det dobbelt så mange.
- 25 Elev 1 Ja, da blir de jo mindre og da blir det jo flere.
- 26 Thomas Jo mindre hver bit blir, jo flere blir det av dem?
- 27 Elev 1 Ja.

4) Representasjon og kommunikasjon

- Funksjonslæra som eksempeltema:

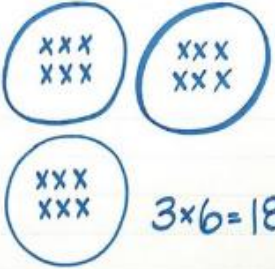
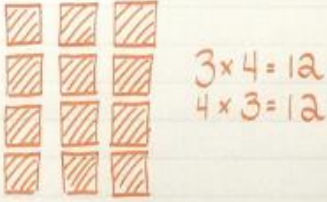
Janviertabellen		Til			
		Situasjon	Tabell	Graf	Formel
Fra	Situasjon		Måling (1)	Skisse (2)	Modellering (3)
	Tabell	Tolking av tabell (4)		Plotting (5)	Tilpassing (6)
	Graf	Tolking av graf (7)	Avlesing (8)		Tilpassing (9)
	Formel	Gjenkjenning (10)	Utregning (11)	Skisse (12)	

- tanker om forsømte ruter?

Og så et eksempel fra multiplikasjon:



Hvordan representere multiplikasjon?

<p>EQUAL GROUPS</p>  <p>$3 \times 6 = 18$</p>	<p>ARRAY</p>  <p>$3 \times 4 = 12$ $4 \times 3 = 12$</p>
<p>SKIP-COUNTING</p> <p>5×4 5, 10, 15, 20 4, 8, 12, 16, 20</p>	<p>REPEATED ADDITION</p> <p>$9 + 9 + 9 \rightarrow 3 \times 9$ $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$ $\rightarrow 6 \times 4$</p>

www.ShelleyGrayTeaching.com

Elevene trenger å møte flere ulike representasjoner og modeller for et begrep



Henrik løp 12 og en halv 400 meters runder:

$$12,5 \cdot 400 = 5000$$

Verdier og læring



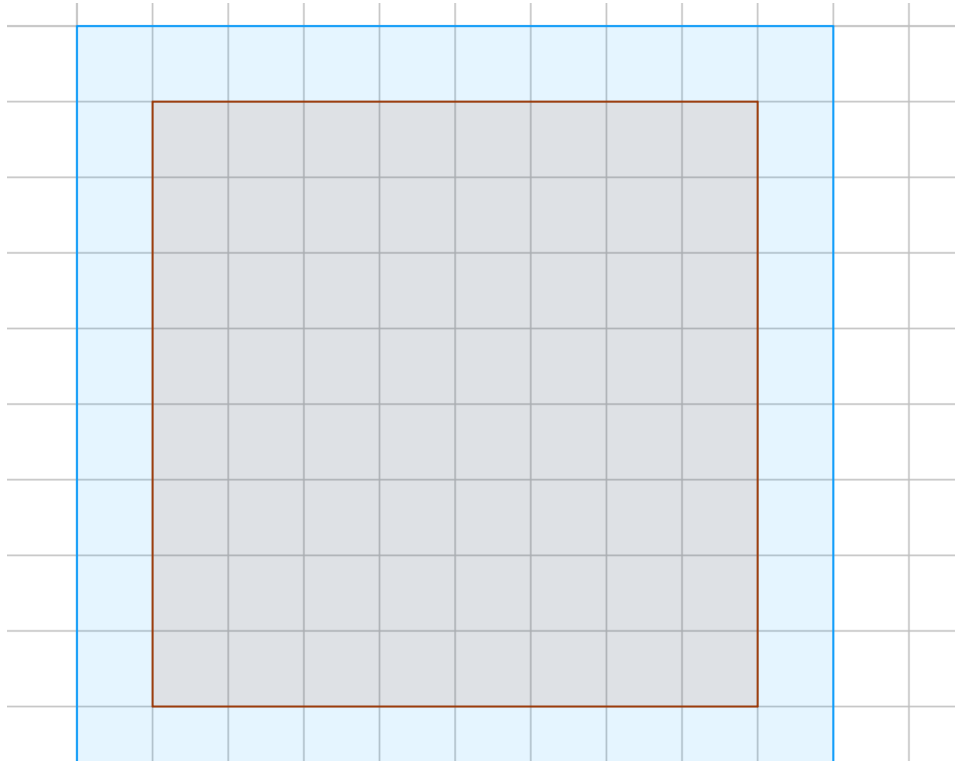
Hvilke verdier fremmes og hva lærer elevene?
Tenk mens du ser og diskuter i gruppa etterpå

<https://www.teachingchannel.org/video/common-core-teaching-division> (2.55 - 7.20)

Ramme

Under ser du et «bilde» med yttermål 10 x10 og ramme med bredde 1.

Finn ut uten å telle hele veien rundt og uten å snakke med de andre på gruppa hvor mange ruter den blå ramma består av! Skriv ned hvordan du har tenkt og prøv på bakgrunn av det å gi en generell oppskrift på hvor mange ruter det finnes i rammer av denne typen ($n \times n$ med rammetykkelse 1)
 Sammenlikne så med de andre!



Samskaping/forberedelse til mellomarbeid 14.00 – 15. 15

- Snakk sammen i gruppa om hvordan planene dine i matematikkfaget fra oktober – desember harmonerer med fagets nye sentrale verdier og kjerneelementer. Hva bør endres slik at planene harmonerer bedre med det nye?
- Arbeid med konkrete opplegg som kan prøves ut før neste samling, som involverer to eller flere kjerneelementer og som er i samsvar med faget nye sentrale verdier

Mellomarbeid og forarbeid (før 6. jan.)

A: Enkeltlærere ser over planer og prøver ut opplegg som involverer to eller flere kjerneelementer og er i samsvar med fagets nye sentrale verdier.

B: Skolebasert erfaringsutveksling – Presenter fagets kjerneelementer for kolleger i eget og andre fag på egen skole. Eksemplifiser med erfaringene fra utprøving.

C: Forarbeid til neste samling. Undersøk den vedtatte nye læreplanen i matematikkfaget. Begynn med det mest aktuelle klassetrinnet for deg og se etter de lange linjene før og etter dette trinnet. Hva gleder du deg til og hva er utfordrende?

Ressurser

- LIST-oppgaver:
<https://www.matematikkenteret.no/kompetanseutvikling-i-skolen/elever-med-stort-l%C3%A6ringspotensial/om-list-oppgaver>
- Mestre ambisiøs matematikkundervisning
<https://www.matematikkenteret.no/mam>
- Realistisk matematikkundervisning (småskole/mellomtrinn)
<http://www.caspar.no/tag/fosnot/>

